参考答案一

**参考答案**

1．C

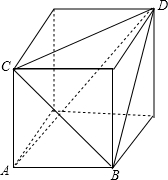
【解析】由条件可知 ，所以， 为异面直线 与 所成角，故 ，而，故 ，在直角梯形 中，易得 ，以 为相邻的三条棱，补成一个长方体，则该长方体的外接球半径 即为所求的球的半径，由 ，故 .

本题选择C选项.

点睛：与球有关的组合体问题，一种是内切，一种是外接．解题时要认真分析图形，明确切点和接点的位置，确定有关元素间的数量关系，并作出合适的截面图，如球内切于正方体，切点为正方体各个面的中心，正方体的棱长等于球的直径；球外接于正方体，正方体的顶点均在球面上，正方体的体对角线长等于球的直径.

2．D

【解析】根据几何体的三视图，得：

该几何体是由正方体截割得到，如图中三棱锥A-BCD，

由三视图中的网络纸上小正方形边长为1，

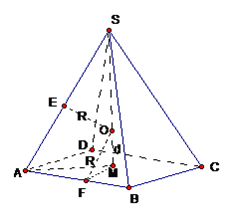
得该正方体的棱长为2，

则该四面体外接球的体积为 .

本题选择D选项.

点睛：在由三视图还原为空间几何体的实际形状时，要从三个视图综合考虑，根据三视图的规则，空间几何体的可见轮廓线在三视图中为实线，不可见轮廓线在三视图中为虚线．在还原空间几何体实际形状时，一般是以正视图和俯视图为主，结合侧视图进行综合考虑．

3．B

【解析】三棱锥P−ABC的三条侧棱PA、PB、PC两两互相垂直，

它的外接球就是它扩展为长方体的外接球，

设，

则，

解得,.

则长方体的对角线的长为.

所以球的直径是6‾√,半径长R=，

则球的表面积S=4πR2=6π

故选B.

点睛：空间几何体与球接、切问题的求解方法

(1)求解球与棱柱、棱锥的接、切问题时，一般过球心及接、切点作截面，把空间问题转化为平面图形与圆的接、切问题，再利用平面几何知识寻找几何中元素间的关系求解．

(2)若球面上四点构成的三条线段两两互相垂直，且，一般把有关元素“补形”成为一个球内接长方体，利用求解．

4．D

【解析】因为 ，由勾股定理可得，故平面.

由于有一条棱垂直于底面，所以该三棱锥可以补成一个直三棱柱，则直三棱柱的外界球的球心正好是直三棱柱的中截面的外接圆圆心，而该直三棱柱的中截面是三边长为1，1，的三角形，其外接圆半径.又棱柱的高为，所以三棱锥的外接球半径为，所以外接球表面积，故选D.

点睛：空间几何体与球接、切问题的求解方法

(1)求解球与棱柱、棱锥的接、切问题时，一般过球心及接、切点作截面，把空间问题转化为平面图形与圆的接、切问题，再利用平面几何知识寻找几何中元素间的关系求解．

(2)若球面上四点构成的三条线段两两互相垂直，且，一般把有关元素“补形”成为一个球内接长方体，利用求解．

5．C

【解析】由题意得球心为AC中点,所以球直径为 ,因此表面积为 ,选C.

6．B

【解析】

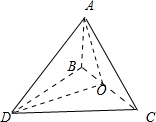
如图，设球心为，点到底面的距离为，球的半径为，由图可知，则由相似三角形的性质可得，又因为，所以由此可得（舍去），应选答案B。

点睛：解答本题的思路是依据相似三角形的性质与勾股定理建立方程组，通过解方程组从而使得问题简捷、巧妙获解。

7．C

【解析】原几何体为三棱锥，可得表面积， ，又，则．故本题答案选．

8．C

【解析】由题意得 ,所以 ,选C.

9．D

【解析】如图所示,取*BC*的中点*O*，连接*OA*，*OD*.

∵*AB*=*AC*=*BD*=*CD*=2，∴*OD*⊥*BC*，*OA*⊥*BC*，

*OA*∩*OD*=*O*，∴*BC*⊥平面*OAD*，*BC*⊂平面*BCD*，∴平面*OAD*⊥平面*BCD*，

平面*OAD*∩平面*BCD*=*OD*，∴*AD*在平面*BCD*是射影是*OD*，∴ .

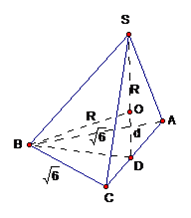
又*OA*=*OD*，∴△*OAD*是等边三角形，设*AD*=*x*，则*OD*=*OC*=*OB*=*x*，∴2*x*2=4，∴ ，

∴点*O*是三棱锥*A*−*BCD*的外接球的球心，因此外接球的半径 .

∴外接球的体积 .本题选择D选项.

点睛：与球有关的组合体问题，一种是内切，一种是外接．解题时要认真分析图形，明确切点和接点的位置，确定有关元素间的数量关系，并作出合适的截面图，如球内切于正方体，切点为正方体各个面的中心，正方体的棱长等于球的直径；球外接于正方体，正方体的顶点均在球面上，正方体的体对角线长等于球的直径.

10．D

【解析】

因为，所以外接圆的半径是，设外接球的半径是，球心到该底面的距离，如图，则，由题设最大体积对应的高为，故，即，解之得，所以外接球的体积是，应选答案D。

11．

【解析】 , ,设的外接圆半径为，

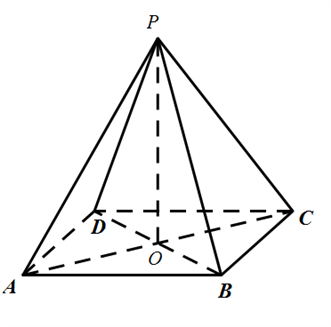
,

设三棱锥的外接球半径为，则，外接球的表面积为.

【点睛】求三棱锥的外接球的表面积只需求出外接球的半径，首先求出底面的外接圆的半径，根据题目已知给出的的面积及三边的乘积为，，求出 ，根据三棱锥 的体积求出的长，最后根据勾股定理求出球的半径，再求出球的表面积.

12．

【解析】如图所示，由题意可得： ，

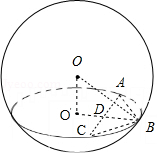
则点 为该四棱锥外接球的球心，其半径为 ，据此可得其表面积为 .

点睛：解决球与其他几何体的切、接问题，关键在于仔细观察、分析，弄清相关元素的关系和数量关系，选准最佳角度作出截面(要使这个截面尽可能多地包含球、几何体的各种元素以及体现这些元素之间的关系)，达到空间问题平面化的目的．

13．

【解析】如图，设球的半径为r，O′是△ABC的外心，外接圆半径为R，

则OO′⊥面ABC．AB=BC=2，∠B=120°，

在Rt△OO'B中，则sin∠OBO'=．

在△ABC中，由正弦定理得=2R，R=2，即O′B=2．

在Rt△OBO′中，由题意得r2﹣r2=4，得r2=．

球的表面积S=4πr2=4π×=．

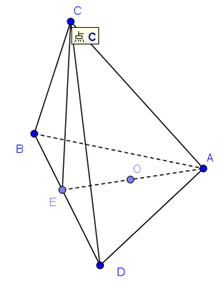
14．

【解析】由题意得，易知内切球球心到各面的距离相等，

设为的中点，则在上且为的中点，

在中， ，

所以三棱锥内切球的表面积为。

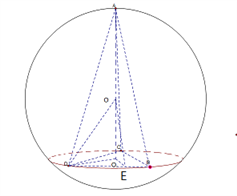
15．

【解析】如图：由于 是等边三角形，所以到A,B,D三点距离相等的点在重心O且垂直是平面ABD的直线上，又因为，所以到B,C,D三点距离相等的点在过BD中点E且与平面BCD垂直的直线上，两直线的交点是O,所以球心为O.半径R=， 。填。

【点睛】

对于多点共点问题，可退其之求到三点距离相等的点的集合，再考虑另外一些点距离相等的点的集合，两个或多个点的集合交点，即为球心。

16．

【解析】令的中心为，球的半径为，连接，易求得，则，在中，由勾股定理得，解得，由，知，所以，所以．当截面与垂直时，截面的面积最小，此时截面圆的半径，此时截面面积为．当截面过球心时，截面圆的面积最大，此时截面圆的面积为．故本题应填．

点睛：解决球与其他几何体的内切，外接问题的关系在于仔细观察，分析几何体的结构特征，搞清相关元素的位置关系和数量关系，选准最佳角度做出截面(要使这个截面尽可能多地包含球和其他几何体的各种元素，尽可能的体现这些元素之间的关系)，达到空间问题平面化的目的．

17．（Ⅰ）详见解析（Ⅱ）

（Ⅰ）证明：在平行四边形中，因为，，

所以．由分别为的中点，得，

所以．

因为侧面底面，且，所以底面．

又因为底面，所以．

又因为，平面，平面，

所以平面．

（Ⅱ）解：因为底面，，所以两两垂直，

以分别为、、，建立空间直角坐标系，

则，

所以，，，

设，则，

所以，，易得平面的法向量．

设平面的法向量为，由，*，*得

令， 得．

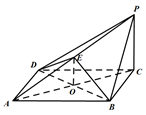
因为直线与平面所成的角和此直线与平面所成的角相等，

所以，即，所以 ，

解得，或（舍）． 综上所得：

点睛：利用法向量求解空间线面角的关键在于“四破”：第一，破“建系关”，构建恰当的空间直角坐标系；第二，破“求坐标关”，准确求解相关点的坐标；第三，破“求法向量关”，求出平面的法向量；第四，破“应用公式关”.

18．（Ⅰ）见解析; （Ⅱ）见解析(Ⅲ) 不能成立.

证明：（Ⅰ）证明：设，连接，

因为底面为正方形，

所以是的中点，又点是棱的中点，

所以*EO*是的中位线，

所以*EO*// *PC*

因为*EO*平面，平面，

所以*PC*//平面*BDE*；

（Ⅱ）证明：(法一）在和中，

因为，，，

所以≌，又点是棱的中点，

所以，

所以，

因为平面 平面，平面 平面，

平面

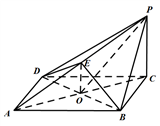
所以平面，

所以*EO*⊥*AC*,*EO*⊥*BD*,

因为*EO*//*PC*

所以*PC*⊥*AC*,*PC*⊥*BD*,又*AC∩BD=O*

所以*PC*⊥平面*ABCD*．



（法二）连接*PO*

因为底面*ABCD*是正方形，

所以*O*是*BD*的中点，*BD*⊥*AC*,又*PB=PD*,

所以*PO*⊥*BD*,又*PO*∩*AC*=*O*,*PO*平面*PAC*,*AC*平面*PAC*

所以*BD*⊥平面*PAC*

又*OE*平面*PAC*, 所以*BD*⊥*OE，*

因为平面 平面，平面 平面，

平面

所以平面，

所以*EO*⊥*AC*,*EO*⊥*BD*,

因为*OE*∥*PC,*

所以*PC*⊥*AC*,*PC*⊥*BD*,又*AC∩BD=O*

所以所以*PC*⊥平面*ABCD*．

(Ⅲ) 不能成立