全国 100 所名校最新高考模拟示范卷 · 数学卷
参考答案(一～三)

(一)

1. D　因为 $A=\{y|y=2^x-1,x\in\mathbf{R}\}=\{y|y>-1\}$,所以 $A\cap B=B$ 成立.

2. A　根据题意可得 $z=\frac{|3-4\mathrm{i}|}{3+4\mathrm{i}}=\frac{5}{3+4\mathrm{i}}=\frac{5(3-4\mathrm{i})}{25}=\frac{3}{5}-\frac{4}{5}\mathrm{i}$,所以 z 的虚部为 $-\frac{4}{5}$.

3. A　$f(-2^{\log_2\frac{1}{2}})=f(-\frac{1}{2})=-f(\frac{1}{2})=-(\frac{1}{2}+3)=-\frac{7}{2}$.

4. C　依题意过点 $(1,0)$,设双曲线的标准方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,所以 $a=1$,$\frac{b}{a}=2$,所以 $b=2$,则双曲线的标准方程为 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$,故 C 正确.

5. C　依题意,设等差数列公差为 d,则 $3a_1+6d=15$,又 $a_1=2$,$\therefore d=\frac{3}{2}$,$S_9=9a_1+\frac{1}{2}\times9\times8d=72$.

6. D　$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot(3\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})=3\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{b}^2-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$,即 $3\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{b}^2=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$,又 $|\boldsymbol{a}|=\frac{\sqrt{2}}{2}|\boldsymbol{b}|$,所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=3\times(\frac{\sqrt{2}}{2}\boldsymbol{b})^2-2\boldsymbol{b}^2=-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}^2$,所以 $\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$,所以 $\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{3}{4}\pi$.

7. C　$S=1$,满足条件 $S\leqslant2$,则 $P=2$,$S=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$,

满足条件 $S\leqslant2$,则 $P=3$,$S=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{11}{6}$,

满足条件 $S\leqslant2$,则 $P=4$,$S=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{25}{12}$,

不满足条件 $S\leqslant2$,退出循环,此时 $S=\frac{25}{12}$,故选 C.

8. B　$\overline{x}_{\text{甲}}=\frac{53+62+66+73+86}{5\times1000}=\frac{68}{1000}$,$\overline{x}_{\text{乙}}=\frac{59+62+69+78+87}{5\times1000}=\frac{71}{1000}$,

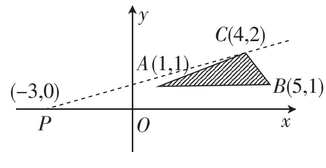
$s_{\text{甲}}^2=\frac{1}{5\times10^6}(15^2+6^2+2^2+5^2+18^2)=\frac{614}{5\times10^6}$,

$s_{\text{乙}}^2=\frac{1}{5\times10^6}(12^2+9^2+2^2+7^2+16^2)=\frac{534}{5\times10^6}$,所以 $s_{\text{甲}}^2>s_{\text{乙}}^2$,故 B 正确.

9. B　由三视图知:该几何体是由一个半圆柱和一个长方体组成,长方体的体积为 $V_1=2\times2\times2r=8r$,半圆柱的体积为 $V_2=\frac{1}{2}\pi r^2\times4=2\pi r^2$,所以 $8r+2\pi r^2=16+8\pi$,所以 $r=2$.

10. A　画出不等式组表示的平面区域,由图可得最优解应在线段 AC 上取到,

故 $x+ay=0$ 应与直线 AC 平行.



$\because k_{AC}=\frac{2-1}{4-1}=\frac{1}{3}$,$\therefore -\frac{1}{a}=\frac{1}{3}$,$\therefore a=-3$,

则 $\frac{y}{x-a}=\frac{y-0}{x-(-3)}$ 表示点 $P(-3,0)$ 与可行域内的点 $Q(x,y)$ 连线的斜率.

由图得,当 Q 点与 C 点重合时,$\frac{y}{x-a}$ 取得最大值,最大值是 $\frac{2}{4-(-3)}=\frac{2}{7}$;

当 Q 点与 B 点重合时，$\frac{y}{x-a}$ 取得最小值，最小值为 $\frac{1}{8}$，$\therefore \frac{y}{x-a}$ 的取值范围是 $[\frac{1}{8},\frac{2}{7}]$.

11. B　因为 $f(x)=\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}$，所以由 $f(\alpha)=-\frac{1}{2}$，$f(\beta)=\frac{1}{2}$ 可得 $\sin(\omega\alpha-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$，$\sin(\omega\beta-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，可得 $\sin(\omega\alpha-\frac{\pi}{6})=-1$，$\sin(\omega\beta-\frac{\pi}{6})=0$. 又因为 $|\alpha-\beta|$ 的最小值为 $\frac{3\pi}{4}$，所以函数 $y=\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})$ 的最小正周期为 3π，所以 $\frac{2\pi}{|\omega|}=3\pi$. 又 $\omega>0$，所以 $\omega=\frac{2}{3}$，所以 $f(x)=\sin(\frac{2}{3}x-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}$，$x\in\mathbf{R}$，所以函数的单调递增区间为 $[-\frac{\pi}{2}+3k\pi,\pi+3k\pi]$，$k\in\mathbf{Z}$.

12. B　设 $g(x)=f(x)-\frac{1}{2}x^2$.

因为对任意 $x\in\mathbf{R}$，$f(-x)+f(x)=x^2$，所以 $g(-x)+g(x)=f(-x)-\frac{1}{2}(-x)^2+f(x)-\frac{1}{2}x^2=f(-x)+f(x)-x^2=0$，所以函数 $g(x)=f(x)-\frac{1}{2}x^2$ 为奇函数. 又因为在 $(0,+\infty)$ 上 $f'(x)<x$，所以当 $x>0$ 时，$g'(x)=f'(x)-x<0$，即函数 $g(x)=f(x)-\frac{1}{2}x^2$ 在 $(0,+\infty)$ 上为减函数. 因为函数 $g(x)=f(x)-\frac{1}{2}x^2$ 为奇函数且在 $\mathbf{R}$ 上存在导数，所以函数 $g(x)=f(x)-\frac{1}{2}x^2$ 在 $\mathbf{R}$ 上为减函数，所以 $g(4-m)-g(m)=f(4-m)-\frac{1}{2}(4-m)^2-f(m)+\frac{1}{2}m^2=f(4-m)-f(m)-(8-4m)\geqslant 0$，所以 $g(4-m)\geqslant g(m)\Rightarrow 4-m\leqslant m\Rightarrow m\geqslant 2$，所以实数 m 的取值范围为 $[2,+\infty)$.

13. 60　由二项式定理的展开公式可得 $T_{r+1}=C_6^r(2x^2)^{6-r}(\frac{1}{x})^r=C_6^r2^{6-r}x^{12-3r}$，则可得 $12-3r=0$，$r=4$，所以展开式的常数项为 $C_6^4 2^2=60$.

14. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$　根据题意可得 $\triangle ABC$ 为直角三角形，且 $\angle ACB=90^\circ$，所以 $BC=2\sqrt{2}$，所以 $S_{\triangle ABC}=2\sqrt{2}$. 因为 AB 为球直径，所以 $OP=\sqrt{3}$，所以三棱锥的体积为 $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

15. $\sqrt{3}$　设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，因为 $|AF|=3|BF|$，所以由抛物线的定义得 $x_1+1=3(x_2+1)$，$x_1=3x_2+2$①，联立直线方程和抛物线方程 $\begin{cases}y=m(x-1)\\ y^2=4x\end{cases}$，消去 y 得 $m^2x^2-(2m^2+4)x+m^2=0$，所以 $x_1+x_2=\frac{2m^2+4}{m^2}$②，$x_1x_2=1$③，由①③得 $x_1=3$，$x_2=\frac{1}{3}$，代入②得 $m^2=3$，易知 $m>0$，所以 $m=\sqrt{3}$.

16. $(-\frac{1}{4},\frac{1}{3})$　当 $n=1$ 时，可得 $a_1=4$，当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2a_n-2^{n+1}-2a_{n-1}+2^n$，化简可得 $\frac{a_n}{2^n}-\frac{a_{n-1}}{2^{n-1}}=1$，所以数列 $\{\frac{a_n}{2^n}\}$ 是首项为 2，公差为 1 的等差数列，所以 $\frac{a_n}{2^n}=n+1$，即 $a_n=(n+1)2^n$，

则 $S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{n-1}+a_n$

$=2\cdot 2+3\cdot 2^2+4\cdot 2^3+\cdots+n\cdot 2^{n-1}+(n+1)\cdot 2^n$，　①

$2S_n=2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+4\cdot 2^4+\cdots+n\cdot 2^n+(n+1)\cdot 2^{n+1}$.　②

由①－②得 $-S_n=4+2^2+2^3+\cdots+2^n-(n+1)\cdot 2^{n+1}$，

$\therefore -S_n=2+\frac{2(1-2^n)}{1-2}-(n+1)\cdot 2^{n+1}=-n\cdot 2^{n+1}$，$S_n=n\cdot 2^{n+1}$，

$\therefore \frac{S_n}{S_{n+1}}=\frac{n\cdot 2^{n+1}}{(n+1)2^{n+2}}=\frac{n}{2n+2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2(n+1)}$，$\therefore\{\frac{1}{2}-\frac{1}{2(n+1)}\}$为递增数列.

当 n 为奇数时，$-\lambda<\frac{1}{2}-\frac{1}{2n+2}$，$\therefore -\lambda<\frac{1}{4}$，$\lambda>-\frac{1}{4}$；

当 n 为偶数时，$\lambda<\frac{1}{2}-\frac{1}{2n+2}$，$\therefore \lambda<\frac{1}{3}$. $\therefore -\frac{1}{4}<\lambda<\frac{1}{3}$.

17. 解：(1) $\frac{1}{\tan A}+\frac{1}{\tan C}=\frac{\cos A}{\sin A}+\frac{\cos C}{\sin C}=\frac{\sin(A+C)}{\sin A\sin C}$，

因为 $b^2=ac$，所以由正弦定理可得 $\sin^2 B=\sin A\sin C$，

又因为在△ABC 中，$\sin B=\sin(A+C)$，所以$\frac{1}{\tan A}+\frac{1}{\tan C}=\frac{\sin B}{\sin^2 B}=\frac{1}{\sin B}$.

因为 $\cos B=\frac{\sqrt{6}}{3}$，所以 $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

所以$\frac{1}{\tan A}+\frac{1}{\tan C}=\sqrt{3}$. …………………………………………………………………… 6分

(2)由 $b^2=ac$ 可得 B 为锐角，因为 $b=2$，所以 $ac=4$.

因为 $S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$，所以可得 $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以 $B=60^\circ$.

根据余弦定理可得 $4=a^2+c^2-2ac\cos B$，即 $a^2+c^2=8$，

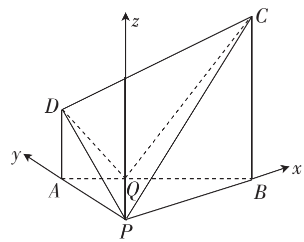
所以$(a+c)^2=a^2+c^2+2ac=16$，即 $a+c=4$. ……………………………………………………… 12分

18. (1)证明：因为 $AD\perp$平面 APB，$PB\subset$平面 APB，所以 $AD\perp PB$.

又因为 $AP\perp PB$，$AD\subset$平面 APD，$AP\subset$平面 APD，$AD\cap AP=A$，所以 $PB\perp$平面 APD.

又 $PB\subset$平面 PBC，所以平面 $PAD\perp$平面 PBC. ………………………………………………… 4分

(2)解：根据题意可建立以 P 为原点，PA 为 y 轴，PB 为 x 轴的空间直角坐标系，如图，



则 $P(0,0,0)$，$A(0,1,0)$，$B(\sqrt{3},0,0)$，$D(0,1,1)$，$C(\sqrt{3},0,2)$.

因为 $AQ=\frac{1}{4}AB$，所以 $Q(\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{3}{4},0)$，$\overrightarrow{PD}=(0,1,1)$，$\overrightarrow{PQ}=(\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{3}{4},0)$，$\overrightarrow{PC}=(\sqrt{3},0,2)$.

设平面 PDQ 的法向量 $\boldsymbol{n}=(x_1,y_1,z_1)$，

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PD}=y_1+z_1=0\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PQ}=\frac{\sqrt{3}}{4}x_1+\frac{3}{4}y_1=0\end{cases}$，取 $y_1=1$，得 $\boldsymbol{n}=(-\sqrt{3},1,-1)$.

设平面 PCQ 的法向量 $\boldsymbol{m}=(x_2,y_2,z_2)$，则$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{PC}=\sqrt{3}x_2+2z_2=0\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{PQ}=\frac{\sqrt{3}}{4}x_2+\frac{3}{4}y_2=0\end{cases}$，取 $x_2=\sqrt{3}$，得 $\boldsymbol{m}=(\sqrt{3},-1,-\frac{3}{2})$.

设二面角 C—PQ—D 的平面角为 θ，根据题意可知二面角 C—PQ—D 的平面角为锐角，

所以 $\cos\theta=|\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle|=\frac{|-\frac{5}{2}|}{\sqrt{5}\times\frac{5}{2}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

所以二面角 C—PQ—D 的余弦值为$\frac{\sqrt{5}}{5}$. ……………………………………………………… 12分

19. 解:(1)由题可知$\frac{5}{a}=0.2$,$\frac{15}{a}=m$,$\frac{n}{a}=p$,

又$5+15+n+1=a$,解得$a=25$,$m=0.6$,$n=4$,$p=0.16$. ………………………………………………… 4分

(2)依题意X可能取值为0元、100元、200元、300元,则

$P(X=0)=\frac{C_5^2+C_{15}^2+C_4^2}{C_{25}^2}=\frac{10+105+6}{300}=\frac{121}{300}$;

$P(X=100)=\frac{C_5^1C_{15}^1+C_{15}^1C_4^1+C_4^1C_1^1}{C_{25}^2}=\frac{139}{300}$;

$P(X=200)=\frac{C_5^1C_4^1+C_1^1C_{15}^1}{C_{25}^2}=\frac{35}{300}$;

$P(X=300)=\frac{C_5^1C_1^1}{C_{25}^2}=\frac{5}{300}$,

所以X的分布列为

X	0	100	200	300
P	$\frac{121}{300}$	$\frac{139}{300}$	$\frac{35}{300}$	$\frac{5}{300}$

$E(X)=0\times\frac{121}{300}+100\times\frac{139}{300}+200\times\frac{35}{300}+300\times\frac{5}{300}=\frac{224}{3}$. ………………………………………… 12分

20. 解:(1)由题意知$c=\sqrt{2}$,$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$,所以$a=\sqrt{3}$,$b=1$,

所以椭圆C的标准方程为$\frac{x^2}{3}+y^2=1$. ………………………………………………………………… 4分

(2)设$A(x_1,y_1)(x_1y_1\neq0)$,$D(x_2,y_2)$,则$B(-x_1,-y_1)$.

因为直线AB的斜率$k_{AB}=\frac{y_1}{x_1}$,

又$AB\perp AD$,所以直线AD的斜率$k=-\frac{x_1}{y_1}$.

设直线AD的方程为$y=kx+m$,由题意知$k\neq0$,$m\neq0$.

由$\begin{cases}y=kx+m\\ \frac{x^2}{3}+y^2=1\end{cases}$可得$(1+3k^2)x^2+6mkx+3m^2-3=0$,

所以$x_1+x_2=-\frac{6mk}{1+3k^2}$,$y_1+y_2=k(x_1+x_2)+2m=\frac{2m}{1+3k^2}$.

由题意知$x_1\neq x_2$,所以$k_1=\frac{y_1+y_2}{x_1+x_2}=-\frac{1}{3k}=\frac{y_1}{3x_1}$,所以直线$BD$的方程为$y+y_1=\frac{y_1}{3x_1}(x+x_1)$,令$y=0$,得$x=2x_1$,即$M(2x_1,0)$,可得$k_2=-\frac{y_1}{x_1}$,

所以$k_1=-\frac{1}{3}k_2$,即$\lambda=-\frac{1}{3}$,因此,存在常数$\lambda=-\frac{1}{3}$使得结论成立. ……………………………… 12分

21. 解:(1)依题意,$f'(x)=ae^x+\frac{e^x(x-1)}{x^2}$,故$f'(1)=ae$,故$ae=2e$,解得$a=2$,

故$f'(x)=2e^x+\frac{xe^x-e^x}{x^2}=\frac{2x^2e^x+xe^x-e^x}{x^2}=\frac{e^x(2x^2+x-1)}{x^2}=\frac{e^x(2x-1)(x+1)}{x^2}$.

令 $f'(x)>0$,即 $2x-1>0$,得 $x>\frac{1}{2}$,即函数 $f(x)$ 的单调增区间为 $(\frac{1}{2},+\infty)$,单调减区间为 $(0,\frac{1}{2})$. …… 4 分

(2) $f(x)+g(x)\geqslant 2a+2\Leftrightarrow ae^x+\frac{a+1}{x}-2a-2\geqslant 0$.

令 $h(x)=ae^x+\frac{a+1}{x}-2a-2$,故 $h'(x)=ae^x-\frac{a+1}{x^2}=\frac{ae^x\cdot x^2-(a+1)}{x^2}$.

令 $m(x)=ae^x\cdot x^2-(a+1)$,故当 $x\in(0,+\infty)$ 时,$m'(x)=ae^x x(x+2)>0$,

即函数 $m(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增. …… 6 分

注意到 $m(0)=-(a+1)<0$,当 $x\to+\infty$ 时,$m(x)>0$,

故 $\exists x_0\in(0,+\infty)$,$m(x_0)=0$. …… 7 分

$\therefore$ 当 $x\in(0,x_0)$ 时,$m(x)<0$,即 $h'(x)<0$,此时,$h(x)$ 单调递减,

当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时,$m(x)>0$,即 $h'(x)>0$,此时,$h(x)$ 单调递增,…… 8 分

$\therefore h(x)_{\min}=h(x_0)=ae^{x_0}+\frac{a+1}{x_0}-2(a+1)$. ① …… 9 分

由 $m(x_0)=0$ 可得 $ae^{x_0}\cdot x_0^2-(a+1)=0$,整理得 $ae^{x_0}=\frac{a+1}{x_0^2}$, ②

代入①中,得 $h(x_0)=\frac{a+1}{x_0^2}+\frac{a+1}{x_0}-2(a+1)$,

故不等式 $ae^x+\frac{a+1}{x}-2a-2\geqslant 0$ 恒成立转化为 $\frac{a+1}{x_0^2}+\frac{a+1}{x_0}-2(a+1)\geqslant 0$ 恒成立. ③ …… 10 分

$\because a>0$,$\therefore$ ③式可化为 $\frac{1}{x_0^2}+\frac{1}{x_0}-2\geqslant 0$,整理得 $2x_0^2-x_0-1\leqslant 0$,

解得 $-\frac{1}{2}\leqslant x_0\leqslant 1$. …… 11 分

再由 $x_0>0$,于是 $0<x_0\leqslant 1$. 由②可得 $e^{x_0}\cdot x_0^2=\frac{a+1}{a}$.

令 $\varphi(x_0)=e^{x_0}\cdot x_0^2$,则根据 $m(x)$ 的单调性易得 $\varphi(x_0)$ 在 $(0,1]$ 上是增函数,

$\therefore \varphi(0)<\varphi(x_0)\leqslant\varphi(1)$,即 $0<\frac{a+1}{a}\leqslant e$,得 $a\geqslant\frac{1}{e-1}$,

即 a 的取值范围为 $[\frac{1}{e-1},+\infty)$. …… 12 分

22. 解:(1)因为 BE 是 $\odot O$ 的切线,所以 $\angle EBD=\angle BAD$.

又因为 $\angle CBD=\angle CAD$,$\angle BAD=\angle CAD$,

所以 $\angle EBD=\angle CBD$,即 BD 平分 $\angle EBC$. …… 4 分

(2)由(1)可知 $\angle EBD=\angle BAD$,且 $\angle BED=\angle BED$,

所以 $\triangle BDE\backsim\triangle ABE$,

所以 $\frac{BE}{AE}=\frac{BD}{AB}$.

又因为 $\angle BAD=\angle CAD$,所以 $BD=CD$,

所以 $\frac{BE}{AE}=\frac{BD}{AB}=\frac{CD}{AB}$,

所以 $AE\cdot DC=AB\cdot BE$. …… 10 分

23. 解:(1)由 $x=\sqrt{3}\cos\alpha+\sin\alpha$,得 $x^2=2\cos^2\alpha+2\sqrt{3}\sin\alpha\cos\alpha+1$,

所以曲线 M 可化为 $y=x^2-1, x\in[-2,2]$. 由 $\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}t$,

得 $\frac{\sqrt{2}}{2}\rho\sin\theta+\frac{\sqrt{2}}{2}\rho\cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}t$, 所以 $\rho\sin\theta+\rho\cos\theta=t$, 所以直线 N 可化为 $x+y=t$. ………………………… 5 分

(2)若直线 N 与曲线 M 有公共点,则当直线 N 过点 $(2,3)$ 时,满足要求,

此时 $t=5$,并且向左下方平行运动直到相切之前总有公共点,相切时仍只有一个公共点.

联立 $\begin{cases}x+y=t\\ y=x^2-1\end{cases}$ 得 $x^2+x-1-t=0$,

可知 $\Delta=1+4(1+t)=0$,解得 $t=-\frac{5}{4}$.

综上可得 t 的取值范围是 $-\frac{5}{4}\leqslant t\leqslant 5$. ………………………………………………………… 10 分

24. 解:(1)当 $a=-3$ 时, $f(x)\geqslant 3$,即 $|x-3|+|x-2|\geqslant 3$,即

$\begin{cases}x\leqslant 2\\ 3-x+2-x\geqslant 3\end{cases}$,可得 $x\leqslant 1$;

$\begin{cases}2<x<3\\ 3-x+x-2\geqslant 3\end{cases}$,可得 $x\in\varnothing$;

$\begin{cases}x\geqslant 3\\ x-3+x-2\geqslant 3\end{cases}$,可得 $x\geqslant 4$,

取并集可得不等式的解集为 $\{x|x\leqslant 1$ 或 $x\geqslant 4\}$. ………………………………………………… 5 分

(2)原命题即 $f(x)\leqslant|x-4|$ 在 $[1,2]$ 上恒成立,等价于 $|x+a|+2-x\leqslant 4-x$ 在 $[1,2]$ 上恒成立,等价于 $|x+a|\leqslant 2$ 在 $[1,2]$ 上恒成立,等价于 $-2\leqslant x+a\leqslant 2$, $-2-x\leqslant a\leqslant 2-x$ 在 $[1,2]$ 上恒成立.

故当 $1\leqslant x\leqslant 2$ 时, $-2-x$ 的最大值为 $-2-1=-3$, $2-x$ 的最小值为 0,

故 a 的取值范围为 $[-3,0]$. ………………………………………………………………………… 10 分

（二）

1. C　∵$z=\frac{3+2i}{i}=2-3i$，∴$|\bar{z}-1|=|1+3i|=\sqrt{10}$.

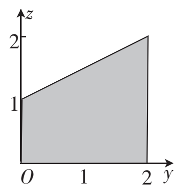
2. A　$\frac{\tan 27^\circ+\tan 213^\circ}{1-\tan 27^\circ\tan 33^\circ}=\frac{\tan 27^\circ+\tan 33^\circ}{1-\tan 27^\circ\tan 33^\circ}=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$.

3. C　根据奇函数的定义和命题的特点，所以 C 正确.

4. D　∵$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，∴$y-2\times2=0$，∴$y=4$，∴$\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}=(1,2)+2(2,4)=(5,10)$.

5. C　先排第一行为 A_4^4，再排第二行，因为四列中有且只有两列的上下两数是相同的，所以第二行的排法为 C_4^2，所以满足①②条件的矩阵的个数为 $A_4^4C_4^2=144$.

6. A　$(0,0,0)$，$(1,2,0)$，$(0,2,2)$，$(3,0,1)$在 yOz 平面上投影的坐标分别为$(0,0,0)$，$(0,2,0)$，$(0,2,2)$，$(0,0,1)$，如下图所示：



即四面体的正视图是上、下底长度分别为 1、2，高为 2 的梯形，

其面积 $S=\frac{1}{2}\times(1+2)\times2=3$.

7. C　∵双曲线渐近线为 $bx\pm ay=0$，与圆$(x-2)^2+y^2=1$ 相离，∴圆心到渐近线的距离大于半径，即$\frac{2b}{\sqrt{a^2+b^2}}>1$，∴$3b^2>a^2$，∴$c^2=a^2+b^2>\frac{4}{3}a^2$，∴$e=\frac{c}{a}>\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

8. A　第一次循环：$(1,0)\to n=3\to x=2\to y=-2$；

第二次循环：$(2,-2)\to n=5\to x=4\to y=-4$；

第三次循环：$(4,-4)\to n=7\to x=8\to y=-6$；

第四次循环：$(8,-6)\to n=9\to x=16\to y=-8$；

第五次循环：$(16,-8)\to n=11\to x=32\to y=-10$，

所以 $x=32$.

9. D　$V_1=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi(\frac{a}{2})^3=\frac{\pi}{6}a^3\Rightarrow k_1=\frac{\pi}{6}$；

$V_2=\pi R^2a=\pi(\frac{a}{2})^2a=\frac{\pi}{4}a^3\Rightarrow k_2=\frac{\pi}{4}$；$V_3=a^3\Rightarrow k_3=1$.

故 $k_1:k_2:k_3=\frac{\pi}{6}:\frac{\pi}{4}:1$.

10. D　$f(x)=a\sin x-\sqrt{3}\cos x=\sqrt{a^2+3}\sin(x-\varphi)(\tan\varphi=\frac{\sqrt{3}}{a})$. 因为 $f(x)=a\sin x-\sqrt{3}\cos x$ 的一条对称轴为 $x=-\frac{\pi}{6}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$，所以 $a=1$，所以 $f(x)=2\sin(x-\frac{\pi}{3})$. 因为 $f(x_1)\cdot f(x_2)=-4$，所以 $x_1=-\frac{\pi}{6}+2k_1\pi$，$x_2=\frac{5\pi}{6}+2k_2\pi(k_1\in\mathbf{Z},k_2\in\mathbf{Z})$，所以$|x_1+x_2|=|\frac{2\pi}{3}+2(k_1+k_2)\pi|$，所以$|x_1+x_2|$的最小值为$\frac{2}{3}\pi$.

11. C　设 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，直线 AB：$y=x+b$，代入 $y^2=2px$ 中消去 x 得，$y^2-2py+2pb=0$，

$\therefore y_1+y_2=2p$，$x_1+x_2=y_1+y_2-2b=2p-2b$，由条件知线段 AB 的中点$(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$，即$(p-b,p)$在直线

$x+y-1=0$ 上，$\therefore b=2p-1$，$\Delta=4p^2-8pb=4p^2-8p(2p-1)=-12p^2+8p>0$，$\therefore 0<p<\frac{2}{3}$.

12. B　$\because$函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx(a\neq 0)$的单调增区间为$(-1,1)$，

$\therefore f'(x)>0$ 的解集为$(-1,1)$，即 $f'(x)=3ax^2+2bx+c>0$ 的解集为$(-1,1)$，$\therefore a<0$，且 $x=-1$ 和 $x=1$ 是方程 $f'(x)=3ax^2+2bx+c=0$ 的两个根，

即$-1+1=-\frac{2b}{3a}=0$，$-1\times 1=\frac{c}{3a}=-1$，解得 $b=0$，$c=-3a$，

$\therefore f(x)=ax^3+bx^2+cx=ax^3-3ax=ax(x^2-3)$，

则方程 $3a(f(x))^2+2bf(x)+c=0$ 等价为 $3a(f(x))^2-3a=0$，

即$(f(x))^2=1$，即 $f(x)=\pm 1$，要使方程 $3a(f(x))^2+2bf(x)+c=0$ 恰有 4 个不同的实根，即 $f(x)=\pm 1$ 各有 2 个不同的根，即函数 $f(x)$的极值等于± 1，

$\because f(x)=ax^3+bx^2+cx=ax^3-3ax=ax(x^2-3)$，

$\therefore f'(x)=3ax^2-3a=3a(x^2-1)$，

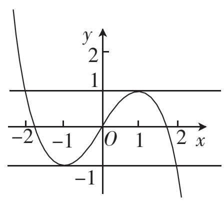
$\because a<0$，$\therefore$当 $f'(x)>0$ 得$-1<x<1$，此时函数单调递增，

当 $f'(x)<0$ 得 $x<-1$ 或 $x>1$，此时函数单调递减，

$\therefore$当 $x=1$ 时，函数取得极大值 $f(1)=-2a$，

当 $x=-1$ 时，函数取得极小值 $f(-1)=2a$，

由 $f(1)=-2a=1$ 且 $f(-1)=2a=-1$ 得，$a=-\frac{1}{2}$.



13. 160　根据条件可得：$1+a^n=65$，即 $a^n=64$，解得：$a=2$，$n=6$，则展开式的中间项为 $C_6^3x^3(\frac{2}{x})^3=160$.

14. $\frac{\ln 2}{3}$　$\because \int_0^k e^{3x}dx=\frac{1}{3}e^{3x}\Big|_0^k=\frac{1}{3}(e^{3k}-1)=\frac{1}{3}$，$\therefore$可解得：$k=\frac{\ln 2}{3}$.

15. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　将 $a^2+b^2=4a+2b-5$ 变形得：$(a^2-4a+4)+(b^2-2b+1)=0$，

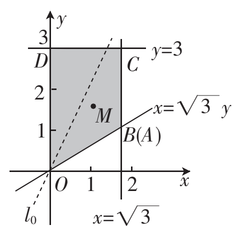
即$(a-2)^2+(b-1)^2=0$，$\therefore a-2=0$，$b-1=0$，即 $a=2$，$b=1$，

$\because a^2=b^2+c^2-bc$，即 $b^2+c^2-a^2=bc$，$\therefore \cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{bc}{2bc}=\frac{1}{2}$，

$\because A$ 为三角形的内角，$\therefore \sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，可得：$\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{1\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

16. $[0,6]$　作出可行域 Ω 为如图四边形 $OBCD$ 区域，作直线 l_0：$y-2x=0$，平移 l_0，当平移到经过点 $B(\sqrt{3},1)$时，z 取最小值，$\therefore A$ 为 B 点，即 $A(\sqrt{3},1)$，$\because M$ 在平面区域 Ω 内运动，$|\overrightarrow{OA}|$为定值，$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{OA}=|\overrightarrow{OA}|\cdot(|\overrightarrow{OM}|\cdot\cos\langle\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OM}\rangle)$，$\therefore$当 M 与 O(或 C)重合时，$|\overrightarrow{OM}|\cos\langle\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OM}\rangle$取到最小值(或最大值)，且 M 与 O 重合时，$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{OA}=0$，$M$ 与 C 重合时，$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{OA}=(\sqrt{3},3)\cdot(\sqrt{3},1)=6$，$\therefore 0\leqslant\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{OA}\leqslant 6$.



17. 解：(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，由题意可知$(\frac{1}{a_2})^2=\frac{1}{a_1}\cdot\frac{1}{a_4}$.

即$(a_1+d)^2=a_1(a_1+3d)$，从而 $a_1d=d^2$，因为 $d\neq0$，所以 $d=a_1=a$.

故通项公式 $a_n=na$. …………………………………………………………………………………… 6 分

(2)记 $T_n=\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_{2^2}}+\cdots+\frac{1}{a_{2^n}}$，因为 $a_{2^n}=2^na$.

所以 $T_n=\frac{1}{a}(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^n})=\frac{1}{a}\cdot\frac{\frac{1}{2}[1-(\frac{1}{2})^n]}{1-\frac{1}{2}}=\frac{1}{a}[1-(\frac{1}{2})^n]$.

当 $a>0$ 时，$T_n<\frac{1}{a_1}$；当 $a<0$ 时，$T_n>\frac{1}{a_1}$. …………………………………………… 12 分

18. 解：(1)由题意知，$\triangle ABC$，$\triangle ACD$ 都是边长为 2 的等边三角形，取 AC 中点 O，连接 BO，DO，则 $BO\perp AC$，$DO\perp AC$，又∵平面 $ACD\perp$平面 ABC，∴$DO\perp$平面 ABC，

作 $EF\perp$平面 ABC，那么 $EF/\!/DO$，根据题意，点 F 落在 BO 上，

∵BE 和平面 ABC 所成的角为 60°，∴$\angle EBF=60^\circ$，∵$BE=2$，∴$EF=DO=\sqrt{3}$，

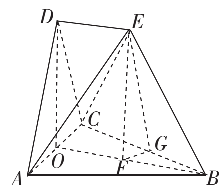
∴四边形 $DEFO$ 是平行四边形，∴$DE/\!/OF$，∵$DE\not\subset$平面 ABC，$OF\subset$平面 ABC，

∴$DE/\!/$平面 ABC. ……………………………………………………………………………… 6 分

(2)(法一)作 $FG\perp BC$，垂足为 G，连接 EG，∵$EF\perp$平面 ABC，∴$EF\perp BC$，

又 $EF\cap FG=F$，

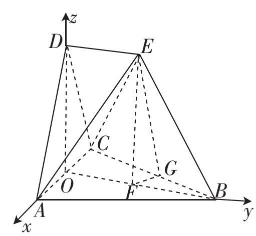
∴$BC\perp$平面 EFG，∴$EG\perp BC$，∴$\angle EGF$ 就是二面角 $E-BC-A$ 的平面角.



$\text{Rt}\triangle BFG$ 中，$FG=FB\cdot\sin30^\circ=\frac{1}{2}$，$EF=\sqrt{3}$，$EG=\frac{\sqrt{13}}{2}$，∴$\cos\angle EGF=\frac{FG}{EG}=\frac{\sqrt{13}}{13}$.

即二面角 $E-BC-A$ 的余弦值为$\frac{\sqrt{13}}{13}$. ……………………………………………………… 12 分

(法二)建立如图所示的空间直角坐标系 $O-xyz$，



$B(0,\sqrt{3},0)$，$C(-1,0,0)$，$E(0,\sqrt{3}-1,\sqrt{3})$，

∴$\overrightarrow{BC}=(-1,-\sqrt{3},0)$，$\overrightarrow{BE}=(0,-1,\sqrt{3})$.

平面 ABC 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}_1=(0,0,1)$，

设平面 BCE 的一个法向量为$\boldsymbol{n}_2=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{BC}=0,\\\boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{BE}=0,\end{cases}$∴$\begin{cases}-x-\sqrt{3}y=0,\\-y+\sqrt{3}z=0,\end{cases}$∴$\boldsymbol{n}_2=(-3,\sqrt{3},1)$，

∴$\cos\langle\boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2\rangle=\frac{\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1|\cdot|\boldsymbol{n}_2|}=\frac{\sqrt{13}}{13}$，

又由图知，所求二面角的平面角是锐角，

故二面角 $E-BC-A$ 的余弦值为$\frac{\sqrt{13}}{13}$. ……………………………………………………… 12 分

19. 解：(1)由频率分布直方图可知$[120,130)$的频率为

$1-(0.01\times10+0.024\times10+0.03\times10+0.016\times10+0.008\times10)=1-0.88=0.12$. ………………… 2 分

所以估计该校全体学生的数学平均成绩约为

$85\times0.1+95\times0.24+105\times0.3+115\times0.16+125\times0.12+135\times0.08=107$，

所以该校的平均成绩为107. ………………………………………………………………………………… 4分

(2)由于$\frac{13}{10000}=0.0013$,根据正态分布因为$P(115-3\times5<X<115+3\times5)=0.9974$,

所以$P(X\geqslant130)=\frac{1-0.9974}{2}=0.0013$,即$0.0013\times10000=13$,所以前13名的成绩全部在130分以上. ……

…… 6分

根据频率分布直方图这50人中成绩在130分以上(包括130分)的有$0.08\times50=4$人,而在[120,140]的学生共有$0.12\times50+0.08\times50=10$,所以$X$的取值为0,1,2,3. ………………………………………… 8分

所以$P(X=0)=\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{6}$,$P(X=1)=\frac{C_4^1C_6^2}{C_{10}^3}=\frac{1}{2}$.

$P(X=2)=\frac{C_4^2C_6^1}{C_{10}^3}=\frac{3}{10}$,$P(X=3)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{30}$. ……………………………………………………… 10分

所以X的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

$E(X)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{1}{30}=1.2$. ……………………………………………… 12分

20. 解:(1)因为椭圆E:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$过$M(2,\sqrt{2})$,$N(\sqrt{6},1)$两点,

所以$\begin{cases}\frac{4}{a^2}+\frac{2}{b^2}=1,\\ \frac{6}{a^2}+\frac{1}{b^2}=1,\end{cases}$解得$\begin{cases}\frac{1}{a^2}=\frac{1}{8},\\ \frac{1}{b^2}=\frac{1}{4},\end{cases}$所以$\begin{cases}a^2=8,\\ b^2=4,\end{cases}$椭圆$E$的方程为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. ……………………… 4分

(2)假设存在圆心在原点的圆,使得该圆的任意一条切线与椭圆E恒有两个交点$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,且$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$,设该圆的切线方程为$y=kx+m$,解方程组$\begin{cases}y=kx+m,\\ \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1\end{cases}$得$x^2+2(kx+m)^2=8$,即$(1+2k^2)x^2+4kmx+2m^2-8=0$,

则$\Delta=16k^2m^2-4(1+2k^2)(2m^2-8)=8(8k^2-m^2+4)>0$,即$8k^2-m^2+4>0$.

$\begin{cases}x_1+x_2=-\frac{4km}{1+2k^2},\\ x_1x_2=\frac{2m^2-8}{1+2k^2},\end{cases}$

$y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2=\frac{k^2(2m^2-8)}{1+2k^2}-\frac{4k^2m^2}{1+2k^2}+m^2=\frac{m^2-8k^2}{1+2k^2}$,

要使$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$,需使$x_1x_2+y_1y_2=0$,即$\frac{2m^2-8}{1+2k^2}+\frac{m^2-8k^2}{1+2k^2}=0$,

所以$3m^2-8k^2-8=0$,所以$k^2=\frac{3m^2-8}{8}\geqslant0$,又$8k^2-m^2+4>0$,所以$\begin{cases}m^2>2,\\ 3m^2\geqslant8,\end{cases}$所以$m^2\geqslant\frac{8}{3}$,即$m\geqslant\frac{2\sqrt{6}}{3}$或$m\leqslant-\frac{2\sqrt{6}}{3}$,因为直线$y=kx+m$为圆心在原点的圆的一条切线,所以圆的半径为$r=\frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}$,$r^2=\frac{m^2}{1+k^2}=$

$\dfrac{m^2}{1+\dfrac{3m^2-8}{8}}=\dfrac{8}{3}$，$r=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$，所求的圆的方程为 $x^2+y^2=\dfrac{8}{3}$. …………………………………… 12分

21. 解：(1)∵ $f(x)=e^{2x}-2x+x^2$，

∴ $g(x)=f(\dfrac{x}{2})-\dfrac{1}{4}x^2+(1-a)x+a=e^x+\dfrac{1}{4}x^2-x-\dfrac{1}{4}x^2+(1-a)x+a=e^x-a(x-1)$，∴ $g'(x)=e^x-a$.

①当 $a\leqslant 0$ 时，$g'(x)>0$，函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增；

②当 $a>0$ 时，由 $g'(x)=e^x-a=0$ 得 $x=\ln a$，

∴ $x\in(-\infty,\ln a)$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减；

$x\in(\ln a,+\infty)$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增.

综上，当 $a\leqslant 0$ 时，函数 $g(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty,+\infty)$；当 $a>0$ 时，

函数 $g(x)$ 的单调递增区间为 $(\ln a,+\infty)$，单调递减区间为 $(-\infty,\ln a)$. …………………………………… 5分

(2)设 $p(x)=\dfrac{e}{x}-\ln x$，$q(x)=e^{x-1}+a-\ln x$，

∵ $p'(x)=-\dfrac{e}{x^2}-\dfrac{1}{x}<0$，∴ $p(x)$ 在 $x\in[1,+\infty)$ 上为减函数，又 $p(e)=0$，

∴当 $1\leqslant x\leqslant e$ 时，$p(x)\geqslant 0$，当 $x>e$ 时，$p(x)<0$.

∵ $q'(x)=e^{x-1}-\dfrac{1}{x}$，$q''(x)=e^{x-1}+\dfrac{1}{x^2}>0$，

∴ $q'(x)$ 在 $x\in[1,+\infty)$ 上为增函数，又 $q'(1)=0$，∴ $x\in[1,+\infty)$ 时，$q'(x)\geqslant 0$，∴ $q(x)$ 在 $x\in[1,+\infty)$ 上为增函数，∴ $q(x)\geqslant q(1)=a+1>0$.

①当 $1\leqslant x\leqslant e$ 时，$|p(x)|-|q(x)|=p(x)-q(x)=\dfrac{e}{x}-e^{x-1}-a$，

设 $m(x)=\dfrac{e}{x}-e^{x-1}-a$，则 $m'(x)=-\dfrac{e}{x^2}-e^{x-1}<0$，

∴ $m(x)$ 在 $x\in[1,+\infty)$ 上为减函数，∴ $m(x)\leqslant m(1)=e-1-a$，

∵ $a\geqslant 2$，∴ $m(x)<0$，∴ $|p(x)|<|q(x)|$，∴ $\dfrac{e}{x}$ 比 $e^{x-1}+a$ 更靠近 $\ln x$.

②当 $x>e$ 时，$|p(x)|-|q(x)|=-p(x)-q(x)=-\dfrac{e}{x}+2\ln x-e^{x-1}-a<2\ln x-e^{x-1}-a$，

设 $n(x)=2\ln x-e^{x-1}-a$，则 $n'(x)=\dfrac{2}{x}-e^{x-1}$，$n''(x)=-\dfrac{2}{x^2}-e^{x-1}<0$，

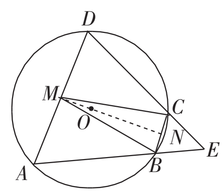
∴ $n'(x)$ 在 $x>e$ 时为减函数，∴ $n'(x)<n'(e)=\dfrac{2}{e}-e^{e-1}<0$，

∴ $n(x)$ 在 $x>e$ 时为减函数，∴ $n(x)<n(e)=2-a-e^{e-1}<0$，

∴ $|p(x)|<|q(x)|$，∴ $\dfrac{e}{x}$ 比 $e^{x-1}+a$ 更靠近 $\ln x$.

综上，在 $a\geqslant 2$，$x\geqslant 1$ 时，$\dfrac{e}{x}$ 比 $e^{x-1}+a$ 更靠近 $\ln x$. …………………………………… 12分

22. 证明：(1)∵四边形 $ABCD$ 是⊙O 的内接四边形，



∴ $\angle D=\angle CBE$，

∵ $CB=CE$，∴ $\angle E=\angle CBE$，∴ $\angle D=\angle E$. …………………………………… 5分

(2)设 BC 的中点为 N，连接 MN，

则由 $MB=MC$ 知 $MN\perp BC$，∴O 在直线 MN 上，

∵AD 不是⊙O 的直径，AD 的中点为 M，∴$OM\perp AD$，

∴$AD/\!/BC$，∴$\angle A=\angle CBE$，

∵$\angle CBE=\angle E$，∴$\angle A=\angle E$，由(1)知，$\angle D=\angle E$，

∴$\triangle ADE$ 为等边三角形. …………………………………………………………………………………… 10 分

23. 解：(1)对于 C：由 $\rho=4\cos\theta$，得 $\rho^2=4\rho\cos\theta$，进而 $x^2+y^2=4x$.

对于 l：由 $\begin{cases}x=5+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t,\\ y=\dfrac{1}{2}t\end{cases}$ (t 为参数)，得 $y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}(x-5)$，即 $x-\sqrt{3}y-5=0$. …………………………………… 5 分

(2)由(1)可知 C 为圆，且圆心为(2,0)，半径为 2，则弦心距 $d=\dfrac{|2-\sqrt{3}\times 0-5|}{\sqrt{1+3}}=\dfrac{3}{2}$，

弦长 $|PQ|=2\sqrt{2^2-(\dfrac{3}{2})^2}=\sqrt{7}$，因此以 PQ 为边的圆 C 的内接矩形面积 $S=2d\cdot|PQ|=3\sqrt{7}$. ……… 10 分

24. 解：(1)解不等式：$|x+1|+|x-1|<4$，

$\begin{cases}x\geqslant 1,\\ 2x<4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-1\leqslant x<1,\\ 2<4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x<-1,\\ -2x<4\end{cases}$ $\Rightarrow 1\leqslant x<2$ 或 $-1\leqslant x<1$ 或 $-2<x<-1\Rightarrow -2<x<2\Rightarrow M=\{x|-2<x<2\}$. ……… 5 分

(2)要证明 $2|a+b|<|4+ab|$，只需证明 $4(a^2+2ab+b^2)<a^2b^2+8ab+16$，

只需证明 $a^2b^2-4a^2-4b^2+16>0$，

即需证明 $(a^2-4)(b^2-4)>0$.

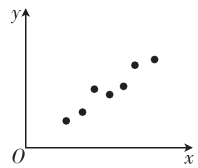
证明：$a,b\in(-2,2)\Rightarrow a^2<4,b^2<4\Rightarrow a^2-4<0,b^2-4<0\Rightarrow(a^2-4)(b^2-4)>0$，所以原不等式成立. …… 10 分

(三)

1. D　易得 $M=\{x|-1<x<3\}$,故 $M\cap N=\{x|1\leqslant x<3\}$.

2. B　$z=\frac{(3+4i)(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)}=\frac{-6+17i}{13}$,对应的点在第二象限.

3. A　画出散点图如图,可知酒驾人数 x 与交通事故数 y 之间是正相关.



4. C　因为 $\{a_n\}$ 为等比数列,设其公比为 q,所以 $q=\frac{a_2+a_4}{a_1+a_3}=2$,则 $a_1+a_1q^2=a_1+4a_1=10$,解得 $a_1=2$,所以 $a_3=a_1q^2=8$.

5. D　因为 $f(\frac{9}{2})=f(4+\frac{1}{2})=f(\frac{1}{2})=-f(-\frac{1}{2})=-(-3)\times(-\frac{1}{2})=-\frac{3}{2}$. 所以 $f(f(\frac{1}{2}))=f(-\frac{3}{2})=-(-\frac{3}{2})^2+4=\frac{7}{4}$.

6. B　由题知,该几何体为底面半径为3、高为6的圆柱斜截除去一半和底面半径为3、高为2的圆柱的组合体,所以该几何体的体积为 $\frac{1}{2}\pi\times3^2\times6+\pi\times3^2\times2=45\pi$.

7. C　∵圆 C 的半径为1,圆心在第一象限,且与直线 $4x-3y=0$ 和 x 轴都相切,
∴圆心的纵坐标是1,设圆心坐标为 $(a,1)$,则 $\frac{|4a-3|}{5}=1$,又 $a>0$,∴$a=2$,∴该圆的标准方程是 $(x-2)^2+(y-1)^2=1$.

8. D　第一次执行循环体得 $S=1,i=2$;第二次执行循环体得 $S=\frac{3}{2},i=3$;第三次执行循环体得 $S=\frac{3}{2}+\frac{1}{3}=\frac{11}{6},i=4$;第四次执行循环体得 $S=\frac{11}{6}+\frac{1}{4}=\frac{25}{12},i=5$;第五次执行循环体得 $S=\frac{25}{12}+\frac{1}{5}=\frac{137}{60}>\frac{9}{4}$,此时不满足判断框跳出循环,所以输出的值为 $\frac{137}{60}$.

9. B　正四面体补全为正方体,它们的外接球是同一个球,正方体的对角线长就是球的直径,因为正四面体的表面积为 $8\sqrt{3}$,可得其棱长为 $2\sqrt{2}$,正方体的棱长为2,对角线长为 $2\sqrt{3}$,所以外接球的半径为 $\sqrt{3}$,所以球的表面积为 $4\pi\times(\sqrt{3})^2=12\pi$.

10. D　根据题意得出:$\angle POA=\frac{x}{\frac{1}{2}}=2x$,所以 $0<2x<\pi$,即 $0<x<\frac{\pi}{2}$. 易知 $\frac{AP}{\sin x}=\frac{BP}{\sin[\frac{1}{2}(\pi-2x)]}=\frac{AB}{\sin\frac{\pi}{2}}=1$,所以 $AP=\sin x,BP=\cos x$. 所以 $y=\frac{\sin x\cos x}{\sin x+\cos x+1}=\frac{(\sin x+\cos x)^2-1}{2(\sin x+\cos x+1)}=\frac{\sin x+\cos x-1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})-\frac{1}{2}$. 于是可知选项为D.

11. A　根据 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{MF}=0,\overrightarrow{PM}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{MF}$,知 P 在线段 MF 上,且 OP 是线段 MF 的中垂线,是 $\triangle MFF'$(F' 为左焦点)的中位线,知 $OP//MF',OP=\frac{1}{2}MF',MF\perp MF'$,当 $|\overrightarrow{OP}|=\frac{1}{2}a$ 时,得出 $|MF'|=a$,根据双曲线的定义

$|MF|=|MF'|+2a=3a$，在 Rt$\triangle MFF'$ 中利用勾股定理可得 $|FF'|^2=10a^2$，可得 $2c=\sqrt{10}a$，即 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

12. B　设 $h(x)=f(x)-\log_2 x$，所以任取 x_1、x_2、…、$x_n\in(0,+\infty)$，

都有 $f(h(x_1))=f(h(x_2))=\cdots=f(h(x_n))=6$，又由于函数 $f(x)$ 是单调函数，

所以 $h(x_1)=h(x_2)=\cdots=h(x_n)$，即 $h(x)$ 是常数函数，可设 $f(m)=6$（m 为大于 0 的常数）.

则由 $f(f(x)-\log_2 x)=6$ 可得 $f(x)-\log_2 x=m$，即 $f(x)=m+\log_2 x$.

则 $f(m)=m+\log_2 m=6$，易得 $m=4$，所以 $f(x)=4+\log_2 x$，

则 $f'(x)=\dfrac{1}{x\ln 2}$，则方程 $f(x)-f'(x)=4$ 可化为 $\log_2 x+4-\dfrac{1}{x\ln 2}=4$，

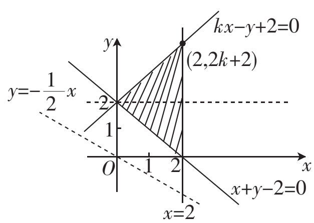
即 $\log_2 x-\dfrac{1}{x\ln 2}=0$，设 $g(x)=\log_2 x-\dfrac{1}{x\ln 2}$，

由 $g(1)=-\dfrac{1}{\ln 2}<0$，$g(2)=1-\dfrac{1}{2\ln 2}>0$，且 $g(x)$ 是 $(0,+\infty)$ 上的增函数，

可得 $g(x)$ 在 $(1,2)$ 上存在唯一零点，即方程 $f(x)-f'(x)=4$ 的解在区间 $(1,2)$ 上，所以 $a=1$.

13. $-\dfrac{1}{2}$　向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(3,4)$，且向量 $n\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(n-3,2n-4)$ 与 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}=(7,10)$ 共线，可得 $7(2n-4)=10(n-3)$，解得 $n=-\dfrac{1}{2}$.

14. 1　先作出由部分约束条件 $\begin{cases}0\leqslant x\leqslant 2,\\ x+y-2\geqslant 0\end{cases}$ 所表示的平面区域，由于 $kx-y+2=0$ 恒过点 $(0,2)$，故由题意得 $k>-1$，若 $-1<k\leqslant 0$，则可行域内目标函数 $z=x+2y$ 的取值均小于或等于 6，不满足条件，所以需要 $k>0$，约束条件所表示的区域大致如图所示，要使目标函数 $z=x+2y$ 的最大值为 10，则 $A(2,2k+2)$ 为目标函数的最优解，所以 $2+4k+4=10$，解得 $k=1$.



15. $\dfrac{840}{x^5}$　因为二项式 $(\sqrt{x}-\dfrac{b}{x^2})^n$ 的展开式中二项式系数之和是 1024，即 $2^n=1024$，解得 $n=10$，由 $T_{r+1}=C_{10}^r(\sqrt{x})^{10-r}(-\dfrac{b}{x^2})^r=(-b)^r C_{10}^r x^{\frac{10-5r}{2}}$，令 $\dfrac{10-5r}{2}=0$，得 $r=2$，故展开式中的常数项为 $T_3=C_{10}^2 b^2=90$，即 $b^2=2$，所以展开式的第五项为 $T_5=C_{10}^4 b^4\ \dfrac{1}{x^5}$，所以展开式中第 5 项为 $\dfrac{4C_{10}^4}{x^5}=\dfrac{840}{x^5}$.

16. $\dfrac{4n^2+6n}{2n+1}$　由题意可得，$S_n>0$，因为 $a_n-a_1=2\sqrt{S_{n-1}a_1}$（$n\geqslant 2$），

所以 $S_n-S_{n-1}-a_1=2\sqrt{S_{n-1}a_1}$，即 $S_n=S_{n-1}+2\sqrt{S_{n-1}a_1}+a_1=(\sqrt{S_{n-1}}+\sqrt{a_1})^2$，

所以 $\sqrt{S_n}=\sqrt{S_{n-1}}+\sqrt{a_1}$，即 $\{\sqrt{S_n}\}$ 是以 $\sqrt{S_1}=\sqrt{a_1}$ 为首项，$\sqrt{a_1}$ 为公差的等差数列，

所以 $\sqrt{S_n}=n\sqrt{a_1}$，所以 $S_n=n^2a_1$，所以当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2a_1-(n-1)^2a_1=(2n-1)a_1$；当 $n=1$ 时，满足上式，所以 $b_n=\dfrac{a_{n+1}}{a_n}+\dfrac{a_n}{a_{n+1}}=\dfrac{2n+1}{2n-1}+\dfrac{2n-1}{2n+1}=1+\dfrac{2}{2n-1}+1-\dfrac{2}{2n+1}=2+2(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1})$，

所以 $T_n=2n+2(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})=2n+2(1-\frac{1}{2n+1})=\frac{4n^2+6n}{2n+1}$.

17. 解:(1)由正弦定理得 $a=2R\sin A, b=2R\sin B, c=2R\sin C$,

则 $\frac{2R\sin C-4\times 2R\sin A}{2R\sin B}=\frac{-\cos C}{\cos B}$, …………………………………………………………… 2 分

故 $\sin B\cos C=4\sin A\cos B-\sin C\cos B$,

可得 $\sin B\cos C+\sin C\cos B=4\sin A\cos B$, …………………………………………………… 4 分

即 $\sin(B+C)=4\sin A\cos B$,可得 $\sin A=4\sin A\cos B$,

又 $\sin A\neq 0$,因此 $\cos B=\frac{1}{4}$. …………………………………………………………………… 6 分

(2)由 $\cos B=\frac{1}{4}$,得 $\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\frac{\sqrt{15}}{4}$. ……………………………………………… 8 分

由 $\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times ac\times\frac{\sqrt{15}}{4}=\sqrt{15}$,得 $ac=8$.

又 $a=c+2$,解得 $a=4, c=2$. …………………………………………………………………………… 10 分

所以 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=16+4-2\times 4\times 2\times\frac{1}{4}=16$,则 $b=4$. …………………… 12 分

18. 解:(1)分层抽样抽取的比例为 $\frac{20}{1000}=\frac{1}{50}$,则抽取的身体的某项指标为1级、2级、3级、4级的人数分别为4、10、4、2,设"这2人的该项身体指标级别至少有1人小于2级"为事件 A,则 $P(A)=1-\frac{C_{16}^2}{C_{20}^2}=\frac{7}{19}$. …………… 6 分

(2)设选取的人数为 X,则 X 的可能取值为1、2、3、4.

$P(X=1)=\frac{1}{5}$, $P(X=2)=\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{4}{25}$,

$P(X=3)=\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{16}{125}$, $P(X=4)=\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{64}{125}$. ………………………………………… 8 分

所以 X 的分布列为

X	1	2	3	4
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{16}{125}$	$\frac{64}{125}$

…… 10 分

则 X 的期望为 $E(X)=1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{4}{25}+3\times\frac{16}{125}+4\times\frac{64}{125}=\frac{369}{125}$. ……………………………………… 12 分

19. (1)证明:∵ $PA\perp$ 平面 $ABCD$, $ND\subset$ 平面 $ABCD$,

∴ $PA\perp ND$. ∵底面 $ABCD$ 是正方形,∴ $AD=CD$. ……………………………………………… 2 分

∵点 N 为 AC 的中点,∴ $AC\perp ND$,

∵ $AC\cap PA=A$,∴ $ND\perp$ 平面 PAC. ……………………………………………………………… 4 分

∵ $ND\subset$ 平面 MND,∴平面 $PAC\perp$ 平面 MND. ……………………………………………… 6 分

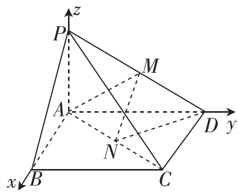
(2)解:连接 BN,∵ 点 N 为 AC 的中点,四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴ B、N、D 三点共线,∵点 M 是 PD 的中点,

∴ $MN\parallel PB$,又∵ $PA\perp$ 平面 $ABCD$,∴ MN 与平面 $ABCD$ 所成的角等于 $\angle PBA$.

∵在Rt△PAB中，∵$\cos\angle PBA=\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{AB}{PB}$，∴$\frac{AP}{AB}=\frac{1}{2}$. …………………………………………………………… 8分

易知AP、AB、AD两两垂直，以A为原点，分别以AB、AD、AP所在直线为x轴、y轴、z轴，建立如图所示的空间直角坐标系$A-xyz$.



不妨设$PA=1$，则$AB=AD=2$，$A(0,0,0)$，$D(0,2,0)$，$M(0,1,\frac{1}{2})$，$N(1,1,0)$.

得$\overrightarrow{MN}=(1,0,-\frac{1}{2})$，$\overrightarrow{AM}=(0,1,\frac{1}{2})$，$\overrightarrow{DN}=(1,-1,0)$. …………………………………………………… 10分

设平面AMN的一个法向量为$\boldsymbol{u}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\overrightarrow{AM}\cdot\boldsymbol{u}=0\\\overrightarrow{MN}\cdot\boldsymbol{u}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}y+\frac{1}{2}z=0\\x-\frac{1}{2}z=0\end{cases}$，取$z=2$，解得$x=1$，$y=-1$，

所以$\boldsymbol{u}=(1,-1,2)$，同理可取平面MND的一个法向量$\boldsymbol{v}=(1,1,2)$，

所以$\cos\langle\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}\rangle=\frac{\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}}{|\boldsymbol{u}||\boldsymbol{v}|}=\frac{4}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{2}{3}$，所以$\sin\langle\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}\rangle=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

所以二面角$A-MN-D$的正弦值为$\frac{\sqrt{5}}{3}$. …………………………………………………………………………… 12分

20.(1)解：∵$e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，

设右焦点$(c,0)$关于直线$y=x+1$的对称点为$(n,2)$，

则$\begin{cases}\frac{2-0}{n-c}=-1,\\\frac{2+0}{2}=\frac{c+n}{2}+1,\end{cases}$得$c=1$，∴$a=2$，∴$b^2=3$，…………………………………………………… 4分

∴所求椭圆C的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. …………………………………………………………………… 6分

(2)证明：设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

由$\begin{cases}y=kx+m,\\\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$得$(3+4k^2)x^2+8mkx+4(m^2-3)=0$，

所以$\Delta=64m^2k^2-16(3+4k^2)(m^2-3)>0$，整理得$3+4k^2>m^2$. ………………………………………… 8分

$x_1+x_2=\frac{-8mk}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{4(m^2-3)}{3+4k^2}$，$y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=\frac{3(m^2-4k^2)}{3+4k^2}$.

∵右顶点为$D(2,0)$，$DA\perp DB$，因此$\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DB}=0$，

即$(x_1-2)(x_2-2)+y_1y_2=0$，展开得$x_1x_2-2(x_1+x_2)+4+y_1y_2=0$，

$\frac{3(m^2-4k^2)}{3+4k^2}+\frac{4(m^2-3)}{3+4k^2}+\frac{16mk}{3+4k^2}+4=0$，$7m^2+16mk+4k^2=0$，

解得 $m=-2k$ 或 $m=-\frac{2k}{7}$，且满足 $3+4k^2-m^2>0$. …………………………………………………… 10分

当 $m=-2k$ 时，$l: y=k(x-2)$，直线过点 $(2,0)$，与已知矛盾；

当 $m=-\frac{2k}{7}$ 时，$l: y=k(x-\frac{2}{7})$，所以直线 l 在 x 轴上的截距为 $\frac{2}{7}$.

综上所述，直线 l 在 x 轴上的截距为 $\frac{2}{7}$. …………………………………………………… 12分

21. 解：(1)函数 $f(x)=\ln x-2x$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，且 $f'(x)=\frac{1}{x}-2$，

由 $f'(x)=\frac{1}{x}-2=0$ 可得 $x=\frac{1}{2}$，…………………………………………………… 2分

所以当 $x\in(0,\frac{1}{2})$ 时，$f'(x)>0$，此时 $f(x)$ 单调递增；

当 $x\in(\frac{1}{2},+\infty)$ 时，$f'(x)<0$，此时 $f(x)$ 单调递减，…………………………………………………… 4分

所以函数 $f(x)$ 的最大值为 $f(\frac{1}{2})=\ln\frac{1}{2}-1=-1-\ln 2$. …………………………………………………… 6分

(2)设 $g(x)=f(x)-(-ax^2+ax-2)=ax^2-(a+2)x+\ln x+2$，定义域为 $(0,+\infty)$，

要使不等式 $f(x)\geqslant -ax^2+ax-2$ 在 $x\in[\frac{1}{e},1]$ 上恒成立，只需 $g(x)_{\min}\geqslant 0$ 在 $[\frac{1}{e},1]$ 上恒成立，即需求函数 $g(x)$ 的最小值.

因为 $g'(x)=2ax-(a+2)+\frac{1}{x}=\frac{2ax^2-(a+2)x+1}{x}$，

由于 $a>0$，所以由 $g'(x)=0$，即 $g'(x)=\frac{(2x-1)(ax-1)}{x}=0$，可得 $x=\frac{1}{2}$ 或 $x=\frac{1}{a}$，…………………………………………………… 8分

①当 $\frac{1}{a}\leqslant\frac{1}{e}$，即 $a\geqslant e$，易知 $g(x)_{\min}=g(\frac{1}{2})=\frac{a}{4}-\frac{a+2}{2}-\ln 2+2$，令 $g(x)_{\min}\geqslant 0$，

解得 $a\leqslant 4(1-\ln 2)=2(2-2\ln 2)=2(2-\ln 4)<2(2-\ln e)=2<e$. 不满足条件；

②当 $\frac{1}{e}<\frac{1}{a}<\frac{1}{2}$，即 $2<a<e$ 时，则必须 $\begin{cases} g(\frac{1}{e})\geqslant 0, \\ g(\frac{1}{2})\geqslant 0, \end{cases}$ 由①知，不满足条件；

③当 $\frac{1}{a}=\frac{1}{2}$，即 $a=2$ 时，则必须 $g(\frac{1}{e})=\frac{a}{e^2}-\frac{a+2}{e}-1+2\geqslant 0$，解得 $a\leqslant\frac{e(e-2)}{e-1}<2$. 不满足条件. …… 10分

④当 $\frac{1}{2}<\frac{1}{a}<1$，即 $1<a<2$ 时，则必须 $\begin{cases} g(\frac{1}{e})\geqslant 0, \\ g(\frac{1}{a})\geqslant 0, \end{cases}$ 解 $g(\frac{1}{a})=\frac{1}{a}-\frac{a+2}{a}-\ln a+2\geqslant 0$，

得 $\frac{1}{a}+\ln a\leqslant 1$，设 $h(a)=\frac{1}{a}+\ln a,(1<a<2)$，则 $h'(a)=-\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a}=\frac{a-1}{a^2}>0$，

可知 $h(a)$ 在区间 $(1,2)$ 上单调递增，所以 $h(a)>h(1)=1$，所以不满足条件；

⑤当 $\frac{1}{a}\geqslant 1$，即 $0<a\leqslant 1$ 时，则必须 $\begin{cases} g(\frac{1}{e})\geqslant 0 \\ g(1)\geqslant 0 \end{cases}$，解得 $a\leqslant\frac{e(e-2)}{e-1}$，而 $\frac{e(e-2)}{e-1}>1$，

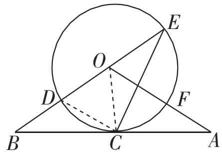
所以 $0<a\leqslant 1$.

综上所述 a 的取值范围是 $(0,1]$. ………………………… 12分

22.(1)证明:如图,连接 OC,$\because \overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{CF}$,$\therefore \angle COF=\angle COD$.

$\because OA=OB$,$\therefore OC\perp AB$.

$\therefore$ 直线 AB 是⊙O 的切线. ………………………… 5分



(2)解:连接 CD,$\because$ 直线 AB 是⊙O 的切线,$\angle CED=30^\circ$,

$\therefore \angle BCD=\angle E=30^\circ$,$\because DE$ 是圆 O 的直径,

$\therefore \angle DCE=90^\circ$,$\therefore \angle B=180^\circ-\angle E-\angle BCE=30^\circ=\angle E$.

$\therefore CE=BC=1$,$\therefore$ 在 Rt$\triangle CDE$ 中,$DE=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

$\therefore$ 圆 O 的半径为 $\dfrac{1}{2}DE=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. ………………………… 10分

23.解:(1)因为曲线 C 的参数方程为:$\begin{cases}x=2\cos\varphi\\ y=2\sin\varphi\end{cases}$($\varphi$ 为参数),则 $x^2+y^2=4$,

设曲线 G 上任意一点为 $N(x',y')$,则 $\begin{cases}x'=x,\\ y'=\dfrac{1}{2}y,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x=x',\\ y=2y',\end{cases}$

代入 $x^2+y^2=4$ 得 $\dfrac{x'^2}{4}+y'^2=1$,即曲线 G 的直角坐标方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$.

直线 l 的极坐标方程为 $\rho(\cos\theta-2\sin\theta)=4$,则直线 l 的直角坐标方程 $x-2y-4=0$. ………………………… 5分

(2)设 $P(2\cos\theta,\sin\theta)$,根据点到直线的距离公式,则点 P 到直线 l 的距离 $d=\dfrac{|2\cos\theta-2\sin\theta-4|}{\sqrt{5}}=$

$\dfrac{|2\sqrt{2}\cos(\theta+\frac{\pi}{4})-4|}{\sqrt{5}}\leqslant\dfrac{4+2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\dfrac{4\sqrt{5}+2\sqrt{10}}{5}$.

所以点 P 到直线 l 的最大距离为 $\dfrac{4\sqrt{5}+2\sqrt{10}}{5}$. ………………………… 10分

24.解:(1) 由 $f(x)\leqslant|x-2|$,得 $|2x-1|+1\leqslant|x-2|$.

当 $x\leqslant\dfrac{1}{2}$ 时,$1-2x+1\leqslant2-x$,解得 $0\leqslant x\leqslant\dfrac{1}{2}$;

当 $\dfrac{1}{2}<x<2$ 时,$2x-1+1\leqslant2-x$,解得 $\dfrac{1}{2}<x\leqslant\dfrac{2}{3}$;

当 $x\geqslant2$ 时,$2x-1+1\leqslant x-2$,无解.

综上所述,不等式 $f(x)\leqslant|x-2|$ 的解集为 $\{x|0\leqslant x\leqslant\dfrac{2}{3}\}$. ………………………… 5分

(2)由 $f(n)\leqslant m-f(-n)$ 得 $f(n)+f(-n)\leqslant m$,

令 $h(n)=f(n)+f(-n)$,则 $m\geqslant h(n)_{\min}$.

因为 $h(n)=|2n-1|+|2n+1|+2\geqslant|2n-1-2n-1|+2=4$,

所以 $m\geqslant4$,故实数 m 的取值范围为 $[4,+\infty)$. ………………………… 10分